APELLIDOS : . . . .

Inicial 1er apellido

NOMBRE: . . . . GRUPO: . . .

Examen extraordinario, Grupos A, B y C MÉTODOS MATEMÁTICOS II (8-9-2020)

Justifica tus respuestas (Tiempo: Tres horas)

1.- *(1p)* Discute por Gauss el sistema
$$\begin{cases} x+y+mz &= 2m \\ x+my+z &= 2 \\ x-my+z &= 0 \end{cases}$$

2.- *(1,5p)* En $\mathbf{R}^4$ se consideran los subespacios

$$\begin{aligned} U &= \{(x,y,z,w) : x+y+z=0, y-w=0\}, \\ W &= \{(\alpha+\beta, \alpha-\beta, -2\alpha-2\beta, \alpha+\beta);\ \alpha,\beta \in \mathbf{R}\}. \end{aligned}$$

Halla las ecuaciones implícitas y bases de $U \cap W$ y $U+W$.

3.- *(1p)* Se considera la base $\{\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \overrightarrow{u_3}\}$ de $\mathbf{R}^3$ y el vector $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2} + \overrightarrow{u_3}$. Halla las coordenadas de $\overrightarrow{u}$ respecto de la nueva base $\{\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{v_3}\}$ sabiendo que

$$\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_3}, \quad \overrightarrow{u_2} = \overrightarrow{v_3} - \overrightarrow{v_1}, \quad \overrightarrow{u_3} = \overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_2},$$

y las cordenadas de $\overrightarrow{v} = 3\overrightarrow{v_1} + 2\overrightarrow{v_2} + \overrightarrow{v_3}$ respecto de la base $\{\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \overrightarrow{u_3}\}$.

4.- *(1p)* Sean $B_1 = \{\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \overrightarrow{u_3}\}$ y $B_2 = \{\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{v_3}\}$ dos bases del espacio vectorial $(V_3, +, \cdot\mathbf{R})$ y sea f la aplicación lineal de V_3 en sí mismo, tal que

$$f(\overrightarrow{u_1}) = \overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_2}, \quad f(\overrightarrow{u_2}) = -2\overrightarrow{v_1} - \overrightarrow{v_2} + \overrightarrow{v_3}, \quad f(\overrightarrow{u_3}) = -\overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_3},$$

Halla las ecuaciones implícitas de $Im(f)$.

5.- *(1,5p)* Sean g y h las aplicaciones lineales de $\mathbf{R}^2$ en $\mathbf{R}^3$ y de $\mathbf{R}^3$ en $\mathbf{R}^4$ tales que

$$\begin{aligned} g(1,-1) &= (2,-1,2), \qquad g(1,2) = (-1,2,2), \\ h(1,0,0) &= (7,1,0,2), \quad h(0,1,0) = (1,-2,2,-1), \quad h(0,0,1) = (1,1,0,4). \end{aligned}$$

Halla una base del núcleo de $h \circ g$ y el rango de $h \circ g$.

6.- *(1p)* Calcula el siguiente determinante de orden n :

$$\begin{vmatrix} k & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ k & 2 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ k & 1 & 3 & 1 & \cdots & 1 \\ k & 1 & 1 & 4 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k & 1 & 1 & 1 & \cdots & n \end{vmatrix}$$

7.- *(1,5p)* ¿Para qué valores del parámetro α es diagonalizable la matriz A?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & \alpha \\ 0 & 2 & \alpha+2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

8.- *(1,5p)* Estudia si es diagonalizable la matriz C y, en caso afirmativo, halla D y P, siendo

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$